# 臺南市 108 年度國小學生獨立研究競賽作品

作品名稱: 魔方陣 123 看誰先達陣



30	39	48	1	10	19	28	30	39	48	1	10	19	28	30	39	48	1	10	19	28
38	47	7	9	18	27	29	38	47	7	9	18	27	29	38	47	7	9	18	27	29
46	6	8	17	26	35	37	46	6	8	17	26	35	37	46	6	8	17	26	35	37
5	14	16	25	34	36	45	5	14	16	25	34	36	45	5	14	16	25	34	36	45
13	15	24	33	42	44	4	13	15	24	33	42	44	4	13	15	24	33	42	44	4
21	23	32	41	43	3	12	21	23	32	41	43	3	12	21	23	32	41	43	3	12
22	31	40	49	2	11	20	22	31	40	49	2	11	20	22	31	40	49	2	11	20
30	39	48	1	10	19	28	30	39	48	1	10	19	28	30	39	48	1	10	19	28
38	47	7	9	18	27	29	38	47	7	9	18	27	29	38	47	7	9	18	27	29
46	6	8	17	26	35	37	46	6	8	17	26	35	37	46	6	8	17	26	35	37
5	14	16	25	34	36	45	5	14	16	25	34	36	45	5	14	16	25	34	36	45
13	15	24	33	42	44	4	13	15	24	33	42	44	4	13	15	24	33	42	44	4
21	23	32	41	43	3	12	21	23	32	41	43	3	12	21	23	32	41	43	3	12
22	31	40	49	2	11	20	22	31	40	49	2	11	20	22	31	40	49	2	11	20
30	39	48	1	10	19	28	30	39	48	1	10	19	28	30	39	48	1	10	19	28
38	47	7	9	18	27	29	38	47	7	9	18	27	29	38	47	7	9	18	27	29
46	6	8	17	26	35	37	46	6	8	17	26	35	37	46	6	8	17	26	35	37
5	14	16	25	34	36	45	5	14	16	25	34	36	45	5	14	16	25	34	36	45
13	15	24	33	42	44	4	13	15	24	33	42	44	4	13	15	24	33	42	44	4
21	23	32	41	43	3	12	21	23	32	41	43	3	12	21	23	32	41	43	3	12
22	31	40	49	2	11	20	22	31	40	49	2	11	20	22	31	40	49	2	11	20

編號: (由承辦單位統一填寫)

## 壹、 摘要(500字以內)

三年級資優班數學課有一單元為「魔方陣」,這是我們最感興趣的挑戰; 在奇數階的魔方陣中,我們採用**簡潔連續法**討論了三階、五階以及七階等魔方 陣的特性。在口訣規則中發現三階可延伸口訣共有 64 種,五階口訣共 320 種,七階口訣共 448 種。在透過**簡潔連續法**的解法中發現,只要 N 為奇數,且 N>3,N 階魔方陣就能透過**簡潔連續法**找出 N 種解法。

## 貳、 研究動機及目的(或問題)

在資優班數學課魔方陣單元的挑戰中,我們發現可以透過幾個方式找出三 階魔方陣解法,如**試誤法、推理法、代數法及計次法**…等。但我們蒐集資料卻 發現了**簡潔連續法**滿有效率且充滿神奇的色彩,因此展開了我們的研究,探討 **簡潔連續法**的在不同魔方陣的解法規律。

- 一、 探討三階魔方陣的解法,以奇偶特性推理可能解法。
- 二、 探討以簡潔連續法在三階魔方陣的解法與特性。
- 三、 探討以簡潔連續法在五階魔方陣的解法與特性。
- 四、 探討以簡潔連續法在七階魔方陣的解法與特性。
- 五、 探討 N 階屬方陣使用簡潔連續法找出 N 種解法的邏輯性。

## 參、 文獻探討

### 一、 什麼是魔方陣:

所謂魔方陣,一般是指一個 N×N 的方陣,在其中填入N×N個相異正整數,使得 N 條直行、 N條橫列與兩條對角線的數字和皆相等,達成這樣條件的方陣就稱為 N 階魔方陣。

#### 二、 神秘的守護者

### (一) 烏龜背上也有魔方陣?

根據中國的傳說,大禹在治水時曾在洛水發現一隻烏龜,奇怪的是,烏龜背上有九個數字圖案,將那些圖案轉換成數字的時候,成了一個直的橫的和斜的總和都一樣的三階魔方陣,這三階魔方陣也被稱為「洛書」,因為人們相信此陣有不可思議的力量,也影響了九星占卜術。

## (二) 印度的神廟

無獨有偶的,在印度中部的卡修拉荷也發現了四階魔方陣。

## (三)占星術的的起源

西方人也喜歡魔方陣,他們將此陣應用在占星術上,並在金屬上畫上魔方 陣,當作重要的護身符。

## 三、 簡潔連續法

從中央研究院數學研究所數學傳播的資料可以發現,**簡潔連續法**稱為
Siamese method,或稱 De la Loubère method,是一種建構**奇數階層幻方陣**的

#### 簡單方法:

- 1. 起始點在最上方列的中間空格,擺入數字1。
- 2. 接下來依序遞增擺入的數字,基本移動方向為〔右上方一格〕。
- 3. 若下一步超出最上列,則移往最下列;若下一步超出最右行,則移往 最左行。反之亦然。
- 4. 若下一步遇到已填的空格,則改往〔下方一格〕。

整理上述的口訣為「1立首列中,右1上1,受阻下1」。

但從其他文獻還可以發現類似的口訣還有「1立首列中,右1上1,受阻上2」、「1立首列中,右1下2,受阻下1」、「1立首列中,右1下2,受阻上2」… 等各種簡潔連續法。

## 肆、 研究過程與方法

一、 探討三階魔方陣的解法,以奇偶特性推理可能解法。

我們在最早的研究中發現,只有5可以擺在中間。

1到9的數字中,若任意兩兩配對,最多可以配出4組總和都為10的組合,並且5是單獨沒有任何數字可以跟它配對。因此正巧可以把它放在正中央,其他4組佔據1直行1橫列與2對角線,剛好是4組位置。我們可以估計直行橫列以及兩對角線的總和都會是15,也代表總和要符合奇數。

配對的結果是(1,9)、(2,8)、(3,7)、(4,6)以及單獨一個 5。若依圖型填入並 兼顧奇偶數的話,(1,9)與(3,7)為一組,(2,8)與(4,6)為一組,這 2 組 4 個數字 必須在四周圍,且外圍這一圈數字奇數與奇數以及偶數與偶數不能彼此碰觸。

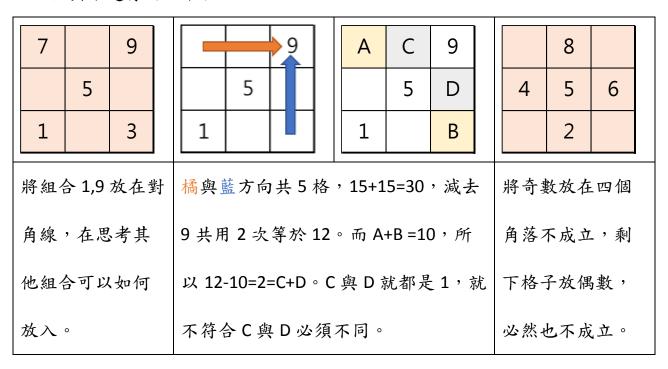
以下是我們的推理過程,黃色的部分代表先放第一組數字,接著放綠色的 第二組數字,然後我們透過奇偶特性探討剩下來數字的奇偶性是否能滿足 (1,9)、(2,8)、(3,7)、(4,6)這4組數字,分別為2奇數對與2偶數對。

	偶	偶	奇			奇	偶	奇			偶	奇	偶	
	偶	5	偶			偶	5	偶			奇	5	奇	
	奇	偶	偶			奇	偶	奇			偶	奇	偶	
對角先放奇數對,再放			對角先放 <del>奇數對</del> ,再放				對角先放偶數對,再放							
偶數	偶數對,但直行橫列對			對	奇數對,但直行橫列對				偶數	、對,	但直征	<b></b>	對	
角線	角線總和必須奇數,所			所	角線總和必須奇數,所				角線總和必須奇數,所					
以剩下來都放偶數,此			以剩下來都放偶數,此				以剩	下來	都放作	<b>禺數</b> ,	此			
擺放	解法	不成立	<b>፲</b> ∘		擺放	解法	成立。	)		擺放	解法	成立。	)	

所以解法的初始擺放共有4種可能,如下圖:

7		9		9			8		4		8
	5		3	5	7	4	5	6		5	
1		3		1			2		2		6
	不成」	立		成立			不成。	立		成立	•

### 但其中還有兩組不合理:



若將剩下來的組合合併的話,我們可以得到這是唯一解。

透過順逆時針旋轉與水平垂直翻轉後,可得到一模一樣的結構,但不同的樣式,因此,可以從4個旋轉方向,2面翻轉,計算出共有8種解法。

透過順時針旋轉,共有4個方向,可產出4種解法。

8	1	6
3	5	7
4	9	2

_			
	4	3	8
	9	5	1
	2	7	6
	•	•	•

2	9	4
7	5	3
6	1	8

6	7	2
1	5	9
8	3	4

將上述每一個都透過水平翻轉,共有2面,共可產出8種解法。

6	1	8
7	5	3
2	9	4

8	3	4
1	5	9
6	7	2

4	9	2
3	5	7
8	1	6

2	7	6
9	5	1
4	3	8

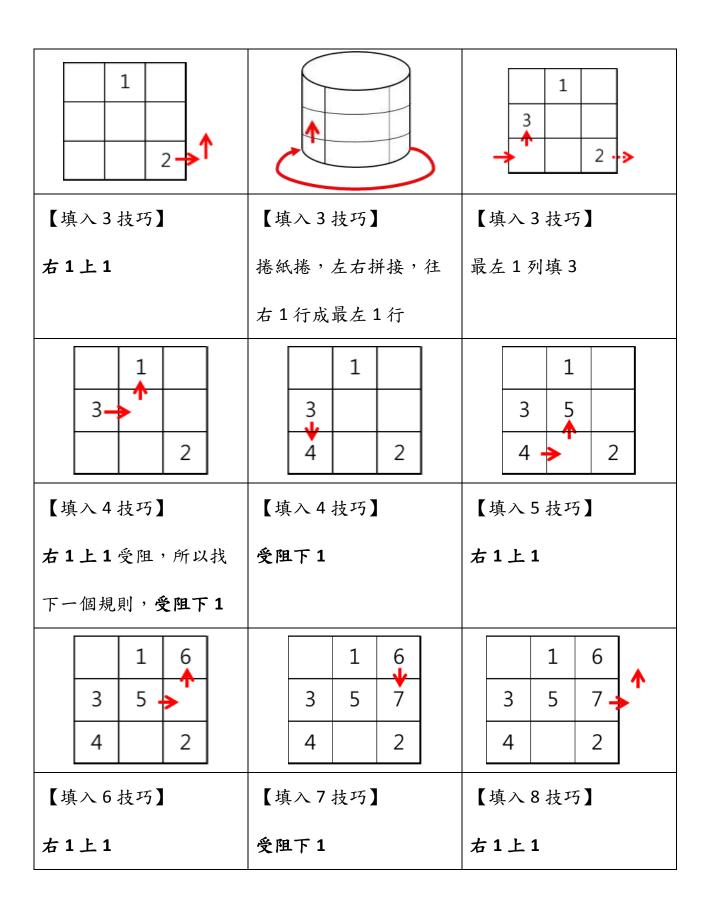
由此可知,找到一種解法可以得 8 種延伸解法,但其相對位置與關係是一致的,只要寫出一種可透過旋轉與翻面產出其他 7 種。我們將原始的結構稱為原型解,其他延伸的 7 種稱為變形解。

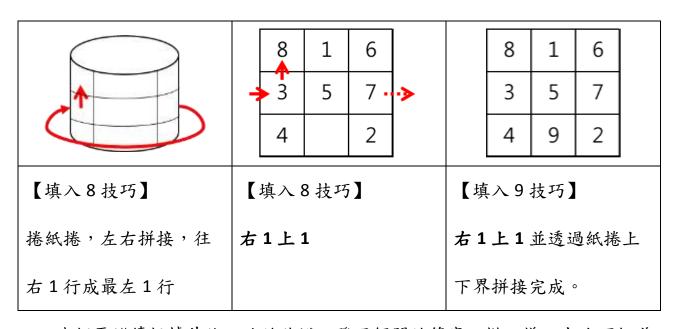
#### 二、 探討以簡潔連續法在三階魔方陣的解法與特性。

我們選的**簡潔連續法**口訣為「**1立首列中**,右**1上1**,**受阻下1**」。當規則 指向的位置是超出範圍的時候,就要把魔方陣思考為一張紙,透過紙捲的立體 將上下界或左右界拼接。如規則指向若要繼續往上,而上部沒有空間了,我們 就將上下界相接,那平面魔方陣最下一列就是最新的位置,以此類推。

三階魔方陣第一步先擺放 1,把 1 放在第一列的中央位置。接下來就是一般的填製規則「右 1,上 1」,從目前位置向右一格後再上一格,但若超出方陣範圍,所以超出上方之後,下一格就是該行最下方的格位把 2 放在這個位置。

1	1 -		2
【填入1技巧】	【填入2技巧】	【填入2技巧】	【填入2技巧】
1立首列中	右1上1	   捲紙捲,上下拼	最下1列填2
		接,往上1列成	
		最下1列	





我們再繼續根據其他口訣的驗證,發現解開的答案一模一樣,由此可知道這幾種簡潔連續法在三階的解法是一樣的意思,如下圖:

8	1	6		8	1	6		8	1	6		8	1	6	
3	5	7		3	5	7		3	5	7		3	5	7	
4	9	2		4	9	2		4	9	2		4	9	2	
1立首	<b>广列中</b>	,右:	1	1立首	可中	,右:	1	1立首	<b>广列中</b>	,右:	1	1 立首	<b>首列中</b>	,右:	1
上1,	受阻	下1。		上1,	受阻	上2。		下2,	受阻	下1。	,	下2,	受阻	上2。	

我們發現由於垂直格數為3格,而且當格子數不夠時,是以立體紙捲的方式進行循環,因此上1與下2是一樣的意思,依此類推,下1與上2也是一樣的意思。水平格數也是3格,同理可證,右1與左2也是一樣的,而右2與左1也是一樣的。

共有3個位置可以換2種說法,只要兩者數字加起來等於格數邊長,且移動方向相反就符合。

依據規則的語意來看,包含3種位置方向在口訣裡,因此任何一種類型都 能產生2×2×2=8組口訣,若透過旋轉與翻轉的話,將1的起始位置與其他 數字接續的左右及上下口訣調整的話,共可產生8×2=64種口訣

			01.1立首列中,右1上1,受阻下1。
8	1	6	02.1立首列中,右1上1,受阻上2。
O		U	03.1立首列中,右1下2,受阻下1。
3	5	7	04.1立首列中,右1下2,受阻上2。
5	<u> </u>	/	05.1立首列中,左2上1,受阻下1。
4	9	2	06.1立首列中,左2上1,受阻上2。
	<i></i>		07.1立首列中,左2下2,受阻下1。
			08.1立首列中,左2下2,受阻上2。
			09.1立右行中,右1下1,受阻左1。
4	3	8	10.1立右行中,右1下1,受阻右2。
			11.1立右行中,右1上2,受阻左1。
9	5	1	12.1立右行中,右1上2,受阻右2。
			13.1 立右行中,左2下1,受阻左1。
2	7	6	14.1立右行中,左2下1,受阻右2。 15.1 文十行中,左2下2、采四左1。
			15.1立右行中,左 2 上 2 ,受阻左 1。
			16.1立右行中,左2上2,受阻右2。 17.1立末列中,左1下1,受阻上1。
_	_		18.1 立末列中,左1下1,受阻上1° 18.1 立末列中,左1下1,受阻下2°
2	9	4	19.1 立末列中, 左 1 上 2, 受阻上 1。
			20.1 立末列中,左1上2,受阻下2。
7	5	3	21.1 立末列中, 右 2 下 1, 受阻上 1。
			22.1 立末列中,右 2 下 1,受阻下 2。
6	1	8	23.1立末列中,右2上2,受阻上1。
			24.1 立末列中,右2上2,受阻下2。
			25.1立左行中,右2上1,受阻右1。
6	7	2	26.1立左行中,右2上1,受阻左2。
J	/		27.1立左行中,右2下2,受阻右1。
1	5	9	28.1立左行中,右2下2,受阻左2。
	<i></i>		29.1立左行中,左1上1,受阻右1。
8	3	4	30.1立左行中,左1上1,受阻左2。
J	)		31.1立左行中,左1下2,受阻右1。
			32.1立左行中,左1下2,受阻左2。

				33.1立首列中,左1上1,受阻下1。
	6	1	8	34.1立首列中,左1上1,受阻上2。
	0			35.1立首列中,左1下2,受阻下1。
	7	5	3	36.1立首列中,左1下2,受阻上2。
	,	)	<u> </u>	37.1立首列中,右2上1,受阻下1。
	2	9	4	38.1立首列中,右2上1,受阻上2。
				39.1立首列中,右2下2,受阻下1。
				40.1立首列中,右2下2,受阻上2。
				41.1立左行中,左1下1,受阻右1。
	8	3	4	42.1立左行中,左1下1,受阻左2。
				43.1立左行中,左1上2,受阻右1。
	1	5	9	44.1立左行中,左1上2,受阻左2。
				45.1立左行中,右2下1,受阻右1。
	6	7	2	46.1立左行中,右2下1,受阻左2。
		,		47.1立左行中,右2上2,受阻右1。
				48.1立左行中,右2上2,受阻左2。
				49.1立末列中,右1下1,受阻上1。
	4	9	2	50.1立末列中,右1下1,受阻下2。
	•			51.1立末列中,右1上2,受阻上1。
	3	5	7	52.1 立末列中,右1上2,受阻下2。
			,	53.1立末列中,左2下1,受阻上1。
	8	1	6	54.1立末列中,左2下1,受阻下2。
[				55.1立末列中,左2上2,受阻上1。
				56.1立末列中,左2上2,受阻下2。
	1			57.1立右行中,左2上1,受阻左1。
	2	7	6	58.1立右行中,左2上1,受阻右2。
				59.1立右行中,左2下2,受阻左1。
	9	5	1	60.1立右行中,左2下2,受阻右2。
				61.1立右行中,右1上1,受阻左1。
	4	3	8	62.1立右行中,右1上1,受阻右2。
	•			63.1立右行中,右1下2,受阻左1。
				64.1立右行中,右1下2,受阻右2。

不論透過哪一類口訣,基本解法是一樣的原理,只是透過旋轉與翻面產生 其他7種解法。因此我們思考,理論上任何一種都可以拿來挑戰五階魔方陣, 測試是否可行。

#### 三、 探討以簡潔連續法在五階魔方陣的解法與特性。

我們採「1 **立首列中**,右1上1,**受阻下**1」的規則繼續進行挑戰,在五階的魔方陣挑戰中,仍然可以找出正確解法。

17     24     1     8     15       23     5     7     14     16       4     6     13     20     22       10     12     19     21     3       11     18     25     2     9	直行横列對角總和 65 17 24 1 8 15 65 23 5 7 14 16 65 4 6 13 20 22 65 10 12 19 21 3 65 11 18 25 2 9 65 65 65 65 65 65 65 65 65 65 65 65 65 65 6
依口訣完成的成功解法 直行橫列對角總和 65 17 24 1 8 15 65 23 5 7 14 16 65 4 6 13 20 22 65 10 12 19 21 3 65 11 18 25 2 9 65	直行加總總和
5 65 65 65 65 65 對角線加總總和	65 65 65 65 65 65 65 65 65 65 65 65 65 6

由此可知道,簡潔連續法仍然適用五階魔方陣,若依據旋轉與翻面的特性,仍然可以產出其他7種變形解,以及64種口訣。

但我們思考,當格子變多了,難道**原型解**只有這一種嗎?改變規則就能產出其他原型解嗎?因此試著把1的起始位置改變,其他採相同的口訣,檢驗是否能找到其他解法。因此展開以下研究,而我們按照順序,1由左上角開始, 往右移動,到底後在往下一列繼續往右移動,共25種可能。

1-1 不成立	1-2 不成立	1-3 成立	1-4 不成立	1-5 不成立
直行横列對角總和 115	直行模列對角總和 90	直行模列對角總和 65	直行模列對角總和 40	直行横列對角總和 15
1 8 15 17 24 65	24 1 8 15 17 65	17 24 1 8 15 65	15 17 24 1 8 65	8 15 17 24 1 65
7 14 16 23 5 65	5 7 14 16 23 65	23 5 7 14 16 65	16 23 5 7 14 65	14 16 23 5 7 65
13 20 22 4 6 65	6 13 20 22 4 65	4 6 13 20 22 65	22 4 6 13 20 65	20 22 4 6 13 65
19 21 3 10 12 65	12 19 21 3 10 65	10 12 19 21 3 65	3 10 12 19 21 65	21 3 10 12 19 65
25 2 9 11 18 65	18 25 2 9 11 65	11 18 25 2 9 65	9 11 18 25 2 65	2 9 11 18 25 65
65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65
2-1 不成立	2-2 成立	2-3 不成立	2-4 不成立	2-5 不成立
直行橫列對角總和 90	直行橫列對角總和 65	直行機列對角總和 40	直行橫列對角總和 15	直行橫列對角總和 115
25 2 9 11 18 65	18 25 2 9 11 65	11 18 25 2 9 65	9 11 18 25 2 65	2 9 11 18 25 65
1 8 15 17 24 65	24 1 8 15 17 65	17 24 1 8 15 65	15 17 24 1 8 65	8 15 17 24 1 65
7 14 16 23 5 65	5 7 14 16 23 65	23 5 7 14 16 65	16 23 5 7 14 65	14 16 23 5 7 65
13 20 22 4 6 65	6 13 20 22 4 65	4 6 13 20 22 65	22 4 6 13 20 65	20 22 4 6 13 65
19 21 3 10 12 65	12 19 21 3 10 65	10 12 19 21 3 65	3 10 12 19 21 65	21 3 10 12 19 65
65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65
3-1 成立	3-2 不成立	3-3 不成立	3-4 不成立	3-5 不成立
直行横列對角總和 65	直行橫列對角總和 40	直行横列對角總和 15	直行橫列對角總和 115	直行横列對角總和 90
19 21 3 10 12 65	12 19 21 3 10 65	10 12 19 21 3 65	3 10 12 19 21 65	21 3 10 12 19 65
25 2 9 11 18 65	18 25 2 9 11 65	11 18 25 2 9 65	9 11 18 25 2 65	2 9 11 18 25 65
1 8 15 17 24 65	24 1 8 15 17 65	17 24 1 8 15 65	15 17 24 1 8 65	8 15 17 24 1 65
7 14 16 23 5 65	5 7 14 16 23 65	23 5 7 14 16 65	16 23 5 7 14 65	14 16 23 5 7 65
13 20 22 4 6 65	6 13 20 22 4 65	4 6 13 20 22 65	22 4 6 13 20 65	20 22 4 6 13 65
65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65
4-1 不成立	4-2 不成立	4-3 不成立	4-4 不成立	4-5 成立
直行橫列對角總和 40	直行橫列對角總和 15	直行橫列對角總和 115	直行橫列對角總和 90	直行橫列對角總和 65
13 20 22 4 6 65	6 13 20 22 4 65	4 6 13 20 22 65	22 4 6 13 20 65	20 22 4 6 13 65
19 21 3 10 12 65	12 19 21 3 10 65	10 12 19 21 3 65	3 10 12 19 21 65	21 3 10 12 19 65
25 2 9 11 18 65	18 25 2 9 11 65	11 18 25 2 9 65	9 11 18 25 2 65	2 9 11 18 25 65
1 8 15 17 24 65	24 1 8 15 17 65	17 24 1 8 15 65	15 17 24 1 8 65	8 15 17 24 1 65
7 14 16 23 5 65	5 7 14 16 23 65	23 5 7 14 16 65	16 23 5 7 14 65	14 16 23 5 7 65
65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65
5-1 不成立	5-2 不成立	5-3 不成立	5-4 成立	5-5 不成立
直行横列對角總和 15	直行橫列對角總和 115	直行橫列對角總和 90	直行橫列對角總和 65	直行橫列對角總和 40
7 14 16 23 5 65	5 7 14 16 23 65	23 5 7 14 16 65	16 23 5 7 14 65	14 16 23 5 7 65
13 20 22 4 6 65	6 13 20 22 4 65	4 6 13 20 22 65	22 4 6 13 20 65	20 22 4 6 13 65
19 21 3 10 12 65	12 19 21 3 10 65	10 12 19 21 3 65	3 10 12 19 21 65	21 3 10 12 19 65
25 2 9 11 18 65	18 25 2 9 11 65	11 18 25 2 9 65	9 11 18 25 2 65	2 9 11 18 25 65
1 8 15 17 24 65	24 1 8 15 17 65	17 24 1 8 15 65	15 17 24 1 8 65	8 15 17 24 1 65
65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65	65 65 65 65 65 65

從研究可以得知,總共只有5種解法。

直征	<b>亍橫</b>	列對	角網	製和	65	直	行植	列業	角約	息和	65	直	行橫	列對	角網	息和	65	直往	亍橫	列對	角約	息和	65	直往	亍横	列對	角約	息和	65
20	22	4	6	13	65	16	23	5	7	14	65	17	24	1	8	15	65	18	25	2	9	11	65	19	21	3	10	12	65
21	3	10	12	19	65	22	4	6	13	20	65	23	5	7	14	16	65	24	1	8	15	17	65	25	2	9	11	18	65
2	9	11	18	25	65	3	10	12	19	21	65	4	6	13	20	22	65	5	7	14	16	23	65	1	8	15	17	24	65
8	15	17	24	1	65	9	11	18	25	2	65	10	12	19	21	3	65	6	13	20	22	4	65	7	14	16	23	5	65
14	16	23	5	7	65	15	17	24	1	8	65	11	18	25	2	9	65	12	19	21	3	10	65	13	20	22	4	6	65
65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65
	中	<b>心</b>	數	11	-		中	心	數	12	2		中	心	數	13	}		中	<b>心</b>	數	14			中	心	數	15	)

透過觀察可以發現中心數的正好為11、12、13、14以及15。

若以口訣的規律來看,當格子不足時,是將魔方陣思考成紙捲,因此左右 界與上下界拼接,那我們就藉此將其中一個魔方陣原型解擴大成 9 倍,我們得 到以下有趣的發現:

17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15
23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16
4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22
10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3
11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9
17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15
23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16
4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22
10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3
11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9
17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15
23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16
4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22
10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3
11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9
單	_	口:	訣)	成コ	力角	解白	内护	廣大	こカ	2宮	;格	擺	陣	. 0	谷	色摄	貴大	これ	宫	'格	·找	成	功	解	法	的約	組合	合	o

可以發現這5種解法,若擺在擴大九宮格擺陣裡,在各自解法所使用的中心數正好是原型解的對角線5個數字。於是我們猜想,若是七階,對角線最多也是7個數字,那正巧會有7種解法嗎?

## 四、 探討以簡潔連續法在七階魔方陣的解法與特性。

我們採「1 **立首列中**,右1上1,**受阻下**1」的規則進行挑戰,在七階的魔方陣挑戰中,仍然可以找出正確解法。

	直征	· · · · · · · · · · · · · ·	列對	角絲	包和		175
30	39	48	1	10	19	28	175
38	47	7	9	18	27	29	175
46	6	8	17	26	35	37	175
5	14	16	25	34	36	45	175
13	15	24	33	42	44	4	175
21	23	32	41	43	3	12	175
22	31	40	49	2	11	20	175
175	175	175	175	175	175	175	175

進一步探討除了1位置改變,相同口訣是否能找出其他解法。我們由左至右,由上至下,依序改變1的起始位置,套用相同口訣找出以下49種變化。

									直	亏损	列對	角約	恩和		322		直	亏模	列對	角線	恩和		273		直	亏模	列對	角線	制		22
								1	10	19	28	30	39	48	175	48	1	10	19	28	30	19	175	39	48	1	10	19	28	30	1
								9	18	27	29	38	47	7	175	7	9	18	27	29	38	47	175	47	7	9	18	27	29	38	1
								1/	26	35	3/	46	6	8	175	8	1/	26	35	37	46.	6	175	6	8.	17	26	35	37	46	1
								25	34	36	45	5	14	16	173	16	25	34	36	45	5	14	173	14	16	25	34	36	45	5	1
								33	42	44	4	13	15	24	175	24	33	42	44	M	13	15	175	15	24	33	42	44	4	13	1
								41	43	3	12	21	23	32	175	32	41	43	3	12	21	23	175	23	32	41	43	3	12	21	1
								49	2	11	20	22	31	40	175	40	49	2	11	20	22	31	175	31	40	49	2	11	20	22	1
								175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	1
													200000000000000000000000000000000000000																0.000		
	直	亏模	列對	角線	割和		175		直	5模	列势	角線	問和		126		直	万模	列對	角線	即和		.77		直	亏模	列對	角線	制和		3
30	直行19	∃模 48	列對	角線 10		28	175	28	直行	5模 39	列斐 48	角類	8和	19	126 175	19	直 78	7模	列對	角级 48	製和	10	175	10	直19	7模	列對	角線 19	<ul><li>利</li><li>48</li></ul>	1	ľ
227	-	1	列對 1 9			28 29		28 29	-	1	-	角線 1 9	-	19		19	-	1	-	1	8和	10		10	17.77	-	-	1		9	1
38	19	48	4	10	19	29	175	2000	70	39	48	1	10	-	175	1000	28	30	39	48	1	1000	175	-	19	28	30	39 47	48	9	1
38	19 47	48 7	9	10	19 27	29 37	175 175	29	10 38	39 47	48 7	9	10	27	175 175	27	28 29	30 38	39 47	48 7	9	18	175 175	18	19 27	28 29	38	39 47	48 7	1/	1 1
38 46 5	19 47 6	48 7 8	9	10 18 26	19 27 35	29 37	175 175 175	29 37	10 38 46	39 47 6	48 7 8	9	10 18 26	27 35	175 175 175	27 35	28 29 37	30 38 46	39 47 6	48 7 8	9	18 26	175 175 175	18 26	19 27 35	28 29 3/	38 46	39 47 6	48 7 8	1/	1 1 1
30 38 46 5 13	19 47 6 14	48 7 8 16	9 1/ 25	10 18 26 34	19 27 35 36	29 37 45	175 178 179 179	29 37 45	10 38 46 5	39 47 6 14	48 7 8 16	9 1/ 25	10 18 26 34	27 35 36	175 175 179 179	27 55 36	29 37 45	30 38 46 5	39 47 6 14	48 7 8 16	9 1/ 25	18 26 34	175 175 179 173	18 26 34	19 27 35 36	28 29 3/	38 46 5	19 47 6 14	48 7 8 16	1/ 25 33	1 1 1 1 1
38 46 5	19 47 6 14 15	48 7 8 16 24	9 1/ 25 33	10 18 26 34 42	19 27 35 36 44	29 37 45 4	175 178 179 173 175	29 37 45	38 46 5	39 47 6 14 15	48 7 8 16 24	9 1/ 25 33	10 18 26 34 42	27 35 36 46	175 175 175 175 173	27 55 36 44	29 37 45 1	30 38 46 5	39 47 6 14 15	48 7 8 16 24	9 1/ 25 33	18 26 34 42	175 175 175 175 173	18 26 34 42	19 27 35 36 44	28 29 3/ 45 4	38 46 5 13	19 47 6 14 15	48 7 8 16 24	1/ 25 33 41	1 1 1 1

	T	T	
	直行模列對角總和 273	直行模列對角總和 224	直行模列對角總和 175
	49 2 11 20 22 31 40 175	40 49 2 11 20 22 11 175	31 40 49 2 11 20 22 175
	1 10 19 28 30 39 48 175	48 1 10 19 28 30 39 175	39 48 1 10 19 28 30 175
	9 18 2/ 29 38 4/ / 175	/ 9 18 2/ 29 38 4/ 175	4/ / 9 18 2/ 29 38 175
	17 26 35 37 46 6 8 175	8 17 26 35 37 46 6 173	6 8 17 26 35 37 46 173
	25 34 36 45 5 14 16 175	16 25 34 36 45 5 14 175	14 16 25 34 36 45 5 175
	33 42 44 4 13 15 24 175	24 33 42 44 4 13 15 175	15 24 33 42 44 4 13 175
	41 43 3 12 21 23 32 175	32 41 43 3 12 21 23 175	23 32 41 43 3 12 21 175
	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5
		I was to the second and the second a	
直行模列對角總和 126	直行模列對角總和 77	直行模列對角總和 28	直行模列對角總和 822
22 31 40 49 2 11 20 175	20 22 31 40 49 2 11 175	11 20 22 31 40 49 2 175	2 11 20 22 31 40 49 175
30 39 48 1 10 19 28 175	28 30 39 48 1 10 19 175	19 28 30 39 48 1 10 175	10 19 28 30 39 48 1 175
58 4/ / 9 18 2/ 29 175	29 38 4/ / 9 18 2/ 179	27 29 38 47 7 9 18 179	18 27 29 38 47 7 9 175
46 6 8 17 26 35 37 173	37 46 6 8 17 26 35 173	35 37 46 6 8 17 26 173	26 35 37 46 6 8 17 173
5 14 16 25 34 36 45 175	45 5 14 16 25 34 36 175	36 45 5 14 16 25 34 175	34 36 45 5 14 16 25 175
13 15 24 33 42 44 4 175	4 13 15 24 33 42 44 175	44 4 13 15 24 33 42 175	42 44 4 13 15 24 33 175
21 23 32 41 43 3 12 175	12 21 23 32 41 43 3 175	3 12 21 23 32 41 43 <sub>175</sub>	43 3 12 21 23 32 41 175
175 175 175 175 175 175 175 175	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5	175 175 175 175 175 175 175 175	175 175 175 175 175 175 175 175
	A CHIEF THE IN CO.	Lower Print of Cont.	Larger Political Co. Co. No.
	直行模列對角總和 224	直行模列對角總和 175	直行模列對角總和 126
	41 43 3 12 21 23 32 175	32 41 43 1 12 21 23 175	21 12 41 43 3 12 21 175
	49 2 11 20 22 31 40 175	40 49 2 11 20 22 31 175	31 40 49 2 11 20 22 175
	1 10 19 28 30 39 48 175	48 1 10 19 28 30 39 175	39 48 1 10 19 28 30 175
	9 18 27 29 38 47 7 173	7 9 18 27 29 38 47 175	47 7 9 18 27 29 38 173
	17 26 35 37 46 6 8 175	8 17 26 35 37 46 6 175	6 8 17 26 35 37 46 175
	25 34 36 45 5 14 16 175	16 25 34 36 45 5 14 175	14 16 25 34 36 45 5 175
	33 42 44 4 13 15 24 175	24 33 42 44 4 13 15 175	15 24 33 42 44 4 13 175
	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5
直行模列對角總和 77	直行模列對角總和 28	直行模列對角線和 372	直行模列對角總和 23
21 23 32 41 43 1 12 175	12 21 23 32 41 43 3 175	3 12 21 23 32 41 43 175	41 1 12 21 23 32 41 175
22 31 40 49 2 11 20 175	20 22 31 40 49 2 11 175	11 20 22 31 40 49 2 175	2 11 20 22 31 40 49 175
50 39 48 1 10 19 28 175	30 30 30 40 7 10 10	19 28 30 39 48 1 10 175	10 19 28 30 39 48 1 175
20 47 7 0 19 37 30	20 29 47 7 0 19 27	27 20 29 47 7 9 19	19 37 20 39 47 7 0
46 6 9 17 36 36 37	27 46 6 8 8 17 26 75	25 37 46 6 9 17 26	26 25 27 46 6 8 17
5 14 15 25 24 25 45	45 5 74 76 26 24 26	35 45 5 14 15 35 34	24 36 45 5 14 16 25
13 15 24 23 42 44 4	4 13 15 34 33 49 44	44 4 13 15 24 33 43	42 44 4 13 15 24 33
1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5
	直行模列對角總和 175	直行模列對角總和 126	直行模列對角總和 77
	31 42 44 4 13 15 24 175	24 13 42 44 4 11 15 175	15 24 33 42 44 4 13 175
	41 43 3 12 21 23 32 175	32 41 43 3 12 21 23 175	23 32 41 43 3 12 21 175
	49 2 11 20 22 31 40 175	40 49 2 11 20 22 31 175	31 40 49 2 11 20 22 175
	1 10 19 28 30 39 48 173	48 1 10 19 28 30 39 173	39 48 1 10 19 28 30 173
	9 18 27 29 38 47 7 175	7 9 38 27 29 38 47 175	47 7 9 18 27 29 38 <sub>175</sub>
	17 26 35 37 46 6 8 175	8 17 26 35 37 46 6 175	6 8 17 26 35 37 46 175
	25 34 36 45 5 14 16 175	16 25 34 36 45 5 14 175	14 16 25 34 36 45 5 175
	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5	175 175 175 175 175 175 175 175	175 175 175 175 175 175 175 175
	•		

直行模列對角總和 28	直行模列對角總和 822	直行模列對角總和 271	直行模列對角總和 224
13 15 24 33 42 44 4 175	4 13 15 24 33 42 44 175	44 4 13 15 24 33 42 175	42 44 4 13 15 24 33 175
21 23 32 41 43 3 12 175	12 21 23 32 41 43 3 175	3 12 21 23 32 41 43 175	43 3 12 21 23 32 41 175
22 31 40 49 2 11 20 175	20 22 31 40 49 2 11 175	11 20 22 31 40 49 2 175	2 11 20 22 31 40 49 175
30 39 48 1 10 19 28 173	28 30 39 48 1 10 19 173	19 28 30 39 48 1 10 175	10 19 28 30 39 48 1 173
38 47 7 9 18 27 29 175	29 38 47 7 9 18 27 175	27 29 38 47 7 9 18 175	18 27 29 38 47 7 9 175
45 5 9 17 75 35 97	27 46 6 9 17 36 35	26 27 45 6 9 11 36	36 36 37 46 6 8 17
5 14 16 35 34 36 45	45 5 24 16 25 24 26	26 45 5 14 16 35 24	24 26 45 5 14 16 25
11/3	1 1 1/3	1113	1 1/3
175 175 175 175 175 175 175 175	175 175 175 175 175 175 175 175	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5	175 175 175 175 175 175 175 175
	直行横列對角總和 126	直行模列對角總和 "	直行横列對角總和 28
	25 14 36 45 5 14 16 175	16 25 34 36 45 5 14 175	14 16 25 34 36 45 5 175
	33 42 44 4 13 15 24 175	24 33 42 44 4 13 15 175	15 24 33 42 44 4 13 175
	41 43 3 12 21 23 32 179	52 41 43 3 12 21 23 175	23 32 41 43 3 12 21 175
	49 2 11 20 22 31 40 173	40 49 2 11 20 22 31 175	31 40 49 2 11 20 22 175
	1 10 10 78 70 70 40	48 I 10 19 28 30 39 175	20 40 1 10 10 30 30
	9 18 27 29 38 47 7 175	7 9 18 27 29 38 47 175	47 / 9 18 2/ 29 38 <sub>175</sub>
	17 36 35 37 46 6 9	9 17 26 26 27 46 6	6 9 12 26 25 27 46
	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5
	[14,4, 14,6, 14,6, 14,6, 14,6, 14,6, 14,6] 14,8	[14,0, 14,0] 12,0, 14,0; 14,0, 14,0; 14,0; 14,0	[464 469 469 469 469 469 469 469
直行模列對角總和 322	直行模列對角總和 273	直行模列對角總和 224	直行模列對角總和 175
5 14 16 25 34 36 45 175	45 5 14 16 25 34 36 175	36 45 5 14 16 25 34 175	34 36 45 5 14 16 25 175
13 15 24 33 42 44 4 175	4 13 15 24 33 42 44 175	44 4 13 15 24 33 42 175	42 44 4 13 15 24 33 175
21 23 32 41 43 3 12 175	12 21 23 32 41 43 3 175	3 12 21 23 32 41 43 <sub>125</sub>	43 3 12 21 23 32 41 175
22 31 40 49 2 11 20 173	20 22 31 40 49 2 11 173	11 20 22 31 40 49 2 175	2 11 20 22 31 40 49 173
30 39 48 1 10 19 28 175	28 30 39 48 1 10 19 175	19 28 30 39 48 1 10 175	10 19 28 30 39 48 1 175
38 47 7 9 18 27 29 175	29 38 47 7 9 18 27 175	27 29 38 47 7 9 18 175	18 27 29 38 47 / 9 175
46 6 9 17 26 25 27	27 46 6 9 17 36 35	25 27 46 6 8 17 26	26 25 22 46 6 9 17
11/3	1 1/3	11/5	1/3
175 175 175 175 175 175 175 175	175 175 175 175 175 175 175 175	175 175 175 175 175 175 175 175	175 175 175 175 175 175 175 175
	直行模列對角總和 77	直行模列對角總和 28	直行模列對角總和 222
	17 26 35 17 46 6 8 175	8 17 26 35 37 46 6 175	6 8 17 26 35 37 46 175
	25 34 36 45 5 14 16 175	16 25 34 36 45 5 14 175	14 16 25 34 36 45 5 175
	53 42 44 4 13 15 24 175	24 33 42 44 4 13 15 175	15 34 22 42 44 4 12
	41 43 2 42 21 23 32	22 45 42 2 22 21 22	22 22 41 42 2 12 21
	40 2 11 30 22 21 40	40 40 2 11 20 22 27	21 40 40 2 11 20 22
	1 10 10 28 20 20 48	48 1 70 10 28 80 80	20 49 1 10 10 39 20
	9 19 27 30 39 47 7	7 0 28 27 20 38 47	47 7 9 18 27 36 38
	11/3	11/5	1/3
	175 175 175 175 175 175 175 175	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5	175 175 175 175 175 175 175 175
直行模列對角總和 221	直行模列對角總和 224	直行模列對角總和 175	直行模列對角總和 126
46 6 8 17 26 35 37 175	37 46 6 8 17 26 35 175	35 17 46 6 8 17 26 175	26 15 37 46 6 B 17 175
5 14 16 25 34 36 45 175	45 5 14 16 25 34 36 175	36 45 5 14 16 25 34 175	34 36 45 5 14 16 25 175
12 15 20 22 41 04 4	4 12 15 24 22 42 46	44 4 12 15 24 22 43	43 44 4 12 15 34 22
21 22 23 45 42 2 12	12 25 22 22 41 42 2	2 12 21 22 22 42 42	42 2 12 25 22 22 41
22 21 40 40 2 11 20	20 22 21 40 40 2 11	11 30 31 31 40 40 3	2 11 22 22 21 40 40
20 30 48 1 10 10 28	38 30 30 48 1 10 10	10 28 30 30 48 1 10	1/1 10 38 30 30 48 1
39 47 7 0 19 37 30	20 29 47 7 0 18 27	27 20 28 47 7 0 19	19 37 30 39 47 7 9
1/3	11/3	1113	113
175 175 175 175 175 175 175 175	1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5	175 175 175 175 175 175 175 175 175	175 175 175 175 175 175 175 175

									直	亏模	列势	角線	問和		.28		直	7模	列對	角絲	[和]		322		直	亏损.	列對	角線	[]和[	
								9	18	27	29	38	47	7	175	7	9	18	27	29	38	47	175	47	7	9	18	27	29	38
								17	26	35	37	46	6	8	175	8	17	26	35	37	46	6	175	6	8	17	26	35	37	46
								25	34	36	45	5	14	16	175	16	25	34	36	45	5	14	175	14	16	25	34	36	45	5
								33	42	44	.4	13	15	24	173	24	33	42	44	4	13	15.	173	15	24	33	42	44	4	13
								41	43	3	12	21	23	32	175	32	41	43	3	12	21	23	175	23	32	41	43	3	12	21
								49	2	11	20	22	31	40	175	40	49	2	11	20	22	31	175	31	40	49	2	11	20	22
								1	10	19	28	30	39	48	175	48	1	10	19	28	30	39	175	39	48	1	10	19	28	30
								175	175	1/5	175	175	175	175	1/5	175	175	1/5	175	175	175	175	1/5	175	175	1/5	175	175	175	175
	直	5模	列對	角線	8和1		224		直	亏模	列對	角線	問和		175		直	5模.	列對	角絲	[和]		126		直	5模	列對	角線	8和1	
38	47	7	9	18	27	29	175	29	18	47	7	9	18	27	175	27	29	38	47	7	ŋ	18	175	18	27	29	38	47	7	9
	6	8	17	26	35	37	175	37	46.	6	8	17	26	35	175	35	37	46	6	8	17	26	175	26	35	37	46	6	8	17
46		16	25	34	36	45	175	45	5	14	16	25	34	36	175	36	45	3	14	16	25	34	175	54	36	45	5	14	16	25
46 5	14	430					30,00	4	13	15	24	33	42	44	173	44	4	13	15	24	33	42	173	42	44	4	13	15	24	33
5	14 15	24	33	42	44	4	173		100	20	340.7			77.00	173	0.00						_								
5	200	-	33 41	42 43	3	12	173	12	21	23	32	41	43	3	175	3	12	21	23	32	41	43	175	43	3	12	21	23	32	41
5 13 21	15	24		-		-				-		41 49		-		3 11	12 20	21 22	23 31	32 40	49	43 2	175 175	43	3 11	12 20	21 22	23 31	32 40	
46 5 13 21 22 30	15 23	24 32	41	43	3	12	175	12	21	23	32	-	43	3	175	-		-				-	10.50		3 11 19	-		-		

從研究可以得知,總共只有7種解法。且中心數可從22、23、24、25、 26、27到28。

								直行模列對角總和 175								直行模列對角總和 175							175	直行模列對角總和						17	
								34	16	45	5	14	16	25	175	35	37.	46	6	8	17	26	175	29	18	47	7	9	18	27	17
								42	44	4	13	15	24	33	175	36	45	5	14	16	25	34	175	37	46.	6	8	17	26	35	17
								43	3	12	21	23	32	41	175	44	4	13	15	24	33	42	175	45	5	14	16	25	34	36	17
								2	11	20	22	31	40	49	173	3	12	21	23	32	41	43	173	4	13	15	24	33	42	44	17
								10	19	28	30	39	48	1	175	11	20	22	31	40	49	2	175	12	21	23	32	41	330	3	17
								18	27	29	38	47	1	9	175	19	28	30	39	48	1	10	175	20	22	31	40	49	2	11	1,
								26	35	37	46	6	8	17	175	27	29	38	47	7	9	18	175	28	30	39	48	1	10	19	17
								175	175	1/5	175	175	175	175	1/5	175	175	1/5	175	175	175	175	1/5	175	175	1/5	175	175	175	175	1
	山谷	亏模	列對	角線	制和		175		直	亏损	列對	角線	即和		175		直	行模	列對	角絲	問和		175		点	行模	列势	角線	問和		17
30	直行19	ラ横 48	列對	角線 10	11111	28	17S	31	直40	5模 49	列對	角線 11	20	22	175	32	直41	行模 43	列對	角線 12	問和1 21	23	175	31	卓(42	64	列李	角線 13		74	1
30 38	77.00	100	列對 1 9		19	1000		31	-	1	-		1	22 30		32		Transmi	-			23 31	1	31	-	T		13		100	17
38	19	100	1	10 18	19	29	175	-	40	49	7	11	20	1000	175	1088	41	43	1	1.2	21	100	175		42	44	4	1.3 21	15 23	100	17
38	19 47	48 7	9	10 18	19 27 35	29	175 175	39	40	49	7 10	11 19	20 28	30	175 175	40	41 49	43 2	11	1.2 20	21	31	175 175	41	42 43	44 3 11	12	1.3 21 22	15 23	32 40	17 17 17
38 46	19 47 6 14	48 7 8 16	9	10 18 26 34	19 27 35 36	29 37 45	175 175 175	39 4/	40 48 7	49 1 9	7 10 18	11 19 2/	20 28 29	30	175 175 175	40 48	41 49 1	43 2 10	1 11 19	12 20 28	21 22 30	31 39	175 175 175	41	42 43 2	3 11 19	4 12 20	13 21 22 30	15 23 31	32 40 48	17
38 46 5	19 47 6 14	48 7 8 16	9 1/ 25	10 18 26 34 42	19 27 35 36	29 37 45 4	175 175 175 175	39 4/ 6	40 48 7 8 16	49 1 9 17	2 10 18 26	11 19 2/ 35	20 28 29 37	30 38 46	175 175 175 175	40 48 7	41 49 1 9	43 2 10 18	1 11 19 27	12 20 28 29	21 22 30 38	31 39 47	175 178 179 173	41 49	42 43 2 10	3 11 19 27	4 12 20 28	13 21 22 30	15 23 31 39	32 40 48	17
38 46 5 13	19 47 6 14 15	48 7 8 16 24	9 1/ 25 33	10 18 26 34 42	19 27 35 36 44	29 37 45 4	175 175 175 175 175	39 4/ 6 14	40 48 7 8 16	49 1 9 17 25	2 10 18 26 34	11 19 2/ 35 36	20 28 29 37 45	30 38 46 5	175 175 175 173 175	40 48 7 8	41 49 1 9	43 2 10 18 26	1 11 19 27 35	12 20 28 29 37	21 22 30 38 46	31 39 47 6	175 175 175 175 173 175	41 49 1 9	42 43 2 10 18	3 11 19 27	4 12 20 28 29	13 21 22 30 38	15 23 31 39 47 6	32 40 48 7	17 17 17 17

而我們再一次透過拼接法找規律,將7種解法分別繪製在原型解的擴充九 宮格上,可看見這7種解法的中心數,與原型解的對角線數量一致。

30	39	48	1	10	19	28	30	39	48	1	10	19	28	30	39	48	1	10	19	28
38	47	7	9	18	27	29	38	47	7	9	18	27	29	38	47	7	9	18	27	29
46	6	8	17	26	35	37	46	6	8	17	26	35	37	46	6	8	17	26	35	37
5	14	16	25	34	36	45	5	14	16	25	34	36	45	5	14	16	25	34	36	45
13	15	24	33	42	44	4	13	15	24	33	42	44	4	13	15	24	33	42	44	4
21	23	32	41	43	3	12	21	23	32	41	43	3	12	21	23	32	41	43	3	12
22	31	40	49	2	11	20	22	31	40	49	2	11	20	22	31	40	49	2	11	20
30	39	48	1	10	19	28	30	39	48	1	10	19	28	30	39	48	1	10	19	28
38	47	7	9	18	27	29	38	47	7	9	18	27	29	38	47	7	9	18	27	29
46	6	8	17	26	35	37	46	6	8	17	26	35	37	46	6	8	17	26	35	37
5	14	16	25	34	36	45	5	14	16	25	34	36	45	5	14	16	25	34	36	45
13	15	24	33	42	44	4	13	15	24	33	42	44	4	13	15	24	33	42	44	4
21	23	32	41	43	3	12	21	23	32	41	43	3	12	21	23	32	41	43	3	12
22	31	40	49	2	11	20	22	31	40	49	2	11	20	22	31	40	49	2	11	20
30	39	48	1	10	19	28	30	39	48	1	10	19	28	30	39	48	1	10	19	28
38	47	7	9	18	27	29	38	47	7	9	18	27	29	38	47	7	9	18	27	29
46	6	8	17	26	35	37	46	6	8	17	26	35	37	46	6	8	17	26	35	37
5	14	16	25	34	36	45	5	14	16	25	34	36	45	5	14	16	25	34	36	45
13	15	24	33	42	44	4	13	15	24	33	42	44	4	13	15	24	33	42	44	4
21	23	32	41	43	3	12	21	23	32	41	43	3	12	21	23	32	41	43	3	12
22	31	40	49	2	11	20	22	31	40	49	2	11	20	22	31	40	49	2	11	20

因此,我們可以得知,透過簡潔連續法,五階魔方陣有五種解法,七階魔 方陣有七種解法,理論上可依此類推。

## 五、 探討 N 階魔方陣使用簡潔連續法找出 N 種解法的邏輯性。

我們在5階魔方陣與7階魔方都發現使用簡潔連續法可以找到對應階數的解法,並且中心數正巧為由右上到左下的對角線上的數字,因此可以解釋為什麼幾階就有幾種解法。

但為什麼中心數改變但總和仍然不變呢?

從原型解的擴充九宮格來看,每一個新的原型解之中心數移動是往右上。

## 代表原型解的範圍也經歷了往右及往上兩個範圍的重新調整。

															_														
17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15
23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16
4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22
10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3
11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9
17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15
23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16
4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22
10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3
11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9
17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15	17	24	1	8	15
23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16	23	5	7	14	16
4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22	4	6	13	20	22
10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3	10	12	19	21	3
11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9	11	18	25	2	9
		l per							los e				light.		95	250			成/					D2					
17	24	1	8	100	17	12.	1	8		17		1	8	15	17	24	1.20	8		17	24	1	8		17	24	1	1000	15
23	5	7	-	16	-	5	7	-	16	-	5	7	14	-	23	5	7	-	16	-	5	7	-	16	-	5	7	933	16
4	6	13			4	6	13		22			13			4	6			22				20						22
10	77.00	19 25	21	9	-	12	100000	21	9	10		19 25	21	9	10	1000	19 25	21	9	11	12	19 25	21	3	10	12 18		21	9
			8	15		18 24			15			1	8	15	11	24			15		24	1		15	17	24		8	15
23	5	7		16	VIEW C	5	7	152	16	15347	5	7	14	-	23	5	7	200	-772	117-11	5	7	1000	16	Tech.	5	7	-52	
4	6	13			4	6	13	20		4	6	13			4	6	13		22	4	6	-	20		4	6			16 22
		100	1.2	FST.		27.0	19	NATU.	1700					100	7.743			1.2	3		200		Anna.	refer to				- 7	3
	-			17.7	-	10000	25	1000		_	1.52		-	7		1			9		-	-			11	1.155.7			9
							1												15										15
-	-	-	-	-	****	-				-	-	-	-	16	1000	-	100	-	100	43.00.000000	100	-	12.00		1	-	1	14	-
							13																					20	
	1150 140			7757	100	- 1	19		11000	135	1000	200.0	1	101.0		11:55			3	10 X X	-4.11	1		1500	135	- 7272	200.0	7.55	3
							25												9			-							9
	10		_	_		10		_			10		_			10		_					_	,		10		_	_
再	往.	上	移重	助	o T	JL	人發	現	上	面	增	加	的	數	從	重	疊	圖ク	來看	들,	其	上實	等	於	相	同	顏	色色	的
等	於	下	面》	咸く	少白	勺婁	文。								格	子	互	換化	立员	置,	所	f以	くー	增	_	減	就.	互社	補
															了	,	所!	以和	侈重	力後	爱信	え舊	成	立	•				

那我們嘗試回推 3 階魔方陣是否也符合,卻發現結果不太一樣。

8	1 5	1	8	1 5	6	8	1 5	fi.	直行	橫列對角	角總和	15	直行相	黃列對角	角總和	15	直行机	黃列對角	角總和	15
4 8	9	5	8	9	6	4 8	9	6	9	2	4	15	8	1	6	15	7	3	5	15
3 4	5	7	3	5	7	3	5	7	1	6	8	15	3	5	7	15	2	4	9	15
8	1.	6	8	1 5	6	8	1 5	5	5	7	3	15	4	9	2	15	6	8	1	15
4	9	2	্ৰ	9	2	4	ë	2	15	15	15	18	15	15	15	15	15	15	15	12
		į	擴	充	。圖	]			中心	ン數 (	6不	成立	中,	ご數	5 成	江	中心	數△	4 不	成立

我們認為是格數太少,因此互補時無法完全有效的互補,所以會留下一條 對角線不滿足。

## 伍、 結果與討論

#### 一、 探討三階魔方陣的解法,以奇偶特性推理可能解法。

根據我們透過奇偶特性推理可得到結果,三階魔方陣只有 1 種原型解,但若透過旋轉與翻面的技巧,可以找到其他七種結構相同但方位不同的變形解。

## 二、 探討以簡潔連續法在三階魔方陣的解法與特性。

在三階魔方陣口訣共可產生 64 種口訣,但其解法的變化都可以回歸到唯 一的原型解,也就是只有一種。

## 三、 探討以簡潔連續法在五階魔方陣的解法與特性。

透過簡潔連續法,五階魔方陣共可找出五種解法,且中心數為連續的數字,分別為11、12、13、14、15。而這五個數字正好是原型解的右上到左下的五個對角線數字。

#### 四、 探討以簡潔連續法在七階魔方陣的解法與特性。

透過簡潔連續法,七階魔方陣共可找出七種解法,且中心數為連續的數字,分別為22、23、24、25、26、27、28。而這七個數字正好是原型解的右上到左下的七個對角線數字。

#### 五、 探討 N 階魔方陣使用簡潔連續法找出 N 種解法的邏輯性。

如果三階魔方陣則不符合其他延伸性規律。

若五階以上,透過簡潔連續法找原型解,那麼階數就代表為幾種解法,從 擴大九宮格圖可以觀察到,這幾個原型解都是右上角偏移,也就是數字彼此互 補,因此中心數改變後,仍然符合魔方陣的規則。

#### 陸、 結論

#### 一、 三階魔方陣只有一種原型解:

原型解可透過 4 方向旋轉與 2 面翻轉,延伸七種結構相同但方位不同的變形解。

## 二、 簡潔連續法的口訣眾多,但核心是一致的:

3階口訣有1原型解×4旋轉方向×2面翻×8口訣變化=64種口訣。

5階口訣有5原型解×4旋轉方向×2面翻×8口訣變化=320種口訣。

7 階口訣有7原型解×4旋轉方向×2面翻×8口訣變化 = 448種口訣。

9階口訣有9原型解×4旋轉方向×2面翻×8口訣變化=576種口訣。

並且可以以此類推,找到幾種原型解就能找出幾種口訣變化。

#### 三、 簡潔連續法可找出N階魔方共有N種原型解法:

只要 N 為奇數,且 N>3, N 階魔方陣就能透過簡潔連續法找出 N 種解法。

#### 四、 簡潔連續法找到的原型解,其數量與對角線上格子數量有關:

簡潔連續法找到的原型解,若是奇數題型五階以上,可從右上到左下的對 角線上的格子找到各組原型解的中心數,且是連續的正整數。

#### 五、 簡潔連續法的循環思維可透過九宮格法擴充詮釋:

當格子數不夠使用時,立體的循環思維等同於原型解的九宮格擴充。可透 過平面觀察更容易找出規律。

## 柒、 参考文獻

#### 一、 網路資料

1. 戀練數學: 『有趣的魔方陣』

http://b014.hchs.hc.edu.tw/ezfiles/14/1014/img/190/324187544.pdf

## 二、 書籍資料

- 1. IQ遊戲大百科 3 (2013)。推理解謎玩出你的數學力。台北:親子雜誌。
  - 2. 蘇勝宏(2009)魔術方陣第1集 台北:德威國際文化。
  - 3. 李國賢(2002)數學魔方陣 台北:創智文化。